



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 15

26.04.2015/ მათ/IV/ 703

ამოცანა № 4

გვერდი № 1

$$(x^2 - 6x + 8)P(x) = (x^2 + 2x) + P(x-2)$$

1. თუ  $P(x)$  პოლინომი შეიკავს თავისუფალ წევრს ( $A_0$ ) მაშინ მარჯვენა მხარეს გადაძრავლების შემდეგ ისევ მივიღებთ თავისუფალ წევრს ( $B_0$ ), ხოლო მარჯვენა მხარეს თითოეული წევრი იქნება მიწოდებული  $x^2$  (რადგან მარჯვენა მხარე  $(x^2 + 2x)$  მოკლებულია მხოლოდ  $x$  და  $x^0$  იბის ვაშლი ვერ მივიღებთ ყოფილიდან გამომდინარე  $P(x)$  თავისუფალ წევრს არ შეიკავს.

2.  $P(x) \equiv A_n x^n + A_{n-1} x^{n-1} + A_{n-2} x^{n-2} + \dots + A_1 x + A_0$  (აქ  $A_n \neq 0$ ) ჩავსვათ სწავლის განყოფილებაში

$$(x^2 - 6x + 8)(A_n x^n + A_{n-1} x^{n-1} + A_{n-2} x^{n-2} + \dots + A_1 x + A_0) = (x^2 + 2x)(A_n (x-2)^n + A_{n-1} (x-2)^{n-1} + \dots + A_1 (x-2))$$

ვუთხროთ რომ  $(a+b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n a^0 b^n$  სადა  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$   $k \leq n$

გადაძრავლების შემდეგ  $x^{n+2}$  - ხარისხის წევრები მარჯვნივ და მარცხნივ გაბათილდებიან ერთმანეთს  $A_n x^2 \cdot A_n x^n$  (მარცხნივ მხარეს) და  $x^2 \cdot A_n \cdot C_n^n \cdot x^n (-2)^0$  (მარჯვნივ მხარეს)

$$A_n x^{n+2} = A_n x^{n+2}$$

ესეა განვიხილოთ  $x^{n+1}$  - ხარისხის წევრები.

მარცხნივ

მარჯვნივ

$x^2 \cdot A_{n-1} \cdot x^{n-1} + (-6x \cdot A_n \cdot x^n)$	$x^2 (A_n C_n^1 x^{n-1} (-2)^1 + 2x \cdot A_n \cdot C_n^n x^n (-2)^0) + x^2 \cdot C_{n-1}^{n-1} \cdot x^{n-1} (-2)^0 \cdot A_{n-1}$
---	---

ამ ორივე მხარეს ერთმანეთს ყნად გაბათილოთ  $C_n^0 = 1$   $C_n^1 = n$

$$A_{n-1} x^{n+1} - 6A_n x^{n+1} = 0 - 2 \cdot A_n \cdot n x^{n+1} + 2A_n x^{n+1} + A_{n-1} x^{n+1}$$

$$2 \cdot A_n \cdot n \cdot x^{n+1} = 8A_n \cdot x^{n+1} \quad (A_n \neq 0) \Rightarrow 2n = 8 \quad n = 4$$

$$2n = 8 \quad n = 4$$

მოცე  $n=4$  ყდრის მაშინ  $P(x)$   $n$  ხარისხის მხუალბევათ არ არის და მუგვა რომ მაშინ იგვა დაწებდა  $n-1$  ხარისხისათვის სე ანუ დაწებდა  $n-1$  ხარისხისათვის და იგვა შეეს მივიღებთ.



მაგიდა № 15

26.04.2015/ მათ/IV/ 703

ამოცანა №

4

გვერდი №

2

$n=4$

$$P(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x$$

$$(x^2 - 2x + 8)(a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x) = (x^2 + 2x)(a_4(x-2)^4 + a_3(x-2)^3 + a_2(x-2)^2 + a_1(x-2))$$

$$a_4 x^6 + a_3 x^5 + a_2 x^4 + a_1 x^3 + 6a_4 x^5 - 6a_3 x^4 - 6a_2 x^3 - 6a_1 x^2 + 8a_4 x^4 + 8a_3 x^3 + 8a_2 x^2 + 8a_1 x =$$

$$= (x^2 + 2x) a_4 x^4 + x^5 (a_3 - 6a_4) + x^4 (a_2 - 6a_3 + 8a_4) + x^3 (a_1 - 6a_2 + 8a_3) + x^2 (-6a_1 + 8a_2) + 8a_1 x$$

$$(x^2 + 2x)(a_4 x^4 - 8a_4 x^3 + 24a_4 x^2 - 32a_4 x + 16a_4) + a_3 x^5 - 6a_3 x^4 + 12a_3 x^3 + 8a_3 a_2 x^2 - 4a_2 x + 4a_2^2 a_1 x - 2a_1)$$

$$= (x^2 + 2x)(a_4 x^4 + x^3(a_3 - 8a_4) + x^2(a_2 - 6a_3 + 24a_4) + x(a_1 - 4a_2 + 12a_3 - 32a_4) + 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 - 2a_1) =$$

$$= a_4 x^6 + x^5(a_3 - 8a_4) + x^4(a_2 - 6a_3 + 24a_4) + x^3(a_1 - 4a_2 + 12a_3 - 32a_4) + x^2(16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1) +$$

$$+ x^5 \cdot 2a_4 + x^4(8a_3 - 16a_4) + x^3(8a_2 - 12a_3 + 4a_4) + x^2(2a_1 - 8a_2 + 24a_3 - 64a_4) + x(32a_4 - 16a_3 + 8a_2 - 4a_1) =$$

$$= a_4 x^6 + x^5(a_3 - 6a_4) + x^4(a_2 - 4a_3 + 8a_4) + x^3(a_1 - 2a_2 + 16a_4) + x^2(-4a_4 + 16a_3 - 4a_2) + x(32a_4 - 16a_3 + 8a_2 - 4a_1)$$

ქვემოთ მოცემული პირობების დაკმაყოფილებას

$$a_4 x^6 + x^5(a_3 - 6a_4) + x^4(a_2 - 6a_3 + 8a_4) + x^3(a_1 - 6a_2 + 8a_3) + x^2(-6a_1 + 8a_2) + 8a_1 x =$$

$$= a_4 x^6 + x^5(a_3 - 6a_4) + x^4(a_2 - 4a_3 + 8a_4) + x^3(a_1 - 2a_2 + 16a_4) + x^2(-4a_4 + 16a_3 - 4a_2) + x(32a_4 - 16a_3 + 8a_2 - 4a_1)$$

$$x^4(2a_3) + x^3(4a_2 + 8a_3 + 16a_4) + x^2(-4a_4 + 16a_3 - 4a_2 + 6a_1) + x(32a_4 - 16a_3 + 8a_2 - 4a_1)$$

$$a_3 = 0$$

$$\begin{cases} 4a_2 + 8a_3 + 16a_4 = 0 \\ -4a_4 + 16a_3 - 12a_2 + 6a_1 = 0 \\ 32a_4 - 16a_3 + 8a_2 - 4a_1 = 0 \end{cases}$$

$$a_3 = 0$$

$$\begin{cases} 4a_2 + 16a_4 = 0 \\ -4a_4 - 12a_2 + 6a_1 = 0 \\ 32a_4 + 8a_2 - 12a_1 = 0 \end{cases}$$

$$a_3 = 0$$

$$\begin{cases} a_2 + 4a_4 = 0 \\ a_1 = 2a_2 + 8a_4 \\ 32a_4 + 8a_2 - 24a_2 - 96a_4 = 0 \end{cases}$$

$$a_3 = 0$$

$$\begin{cases} a_2 + 4a_4 = 0 \\ a_1 = 2a_2 + 8a_4 \\ -16a_2 - 64a_4 = 0 \end{cases}$$

$$a_3 = 0$$

$$\begin{cases} a_2 + 4a_4 = 0 \\ a_1 = 2(a_2 + 4a_4) \\ 4a_4 + a_2 = 0 \end{cases}$$

$$a_3 = 0$$

$$\begin{cases} a_2 = 4a_4 \\ a_1 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow P(x) = a_4 x^4 + 4a_4 x^2$  (სადაც  $a_4$  ნებისმიერია)  
ან  $P(x) = 0$  (სადაც  $a_4 = 0$  და  $a_2 = 0$ )



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 15

26.04.2015/ მათ/IV/ 703

ამოცანა №

8

გვერდი №

1

*მ. მ. მ. მ. მ.*



შოთა რუსთაველის ეროვნული  
სამეცნიერო ფონდი  
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL  
SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 15

26.04.2015/ მათ/IV/ 703

ამოცანა №

გვერდი №



შოთა რუსთაველის ეროვნული  
სამეცნიერო ფონდი  
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL  
SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 15

26.04.2015/ მათ/IV/ 703

ამოცანა №

გვერდი №